

C. Mathematik.

§ 60.

Einleitung.

Unter Zahl versteht man den Begriff einer bestimmten Menge gleichartiger Dinge; wie groß die Menge dieser gleichartigen Dinge ist, giebt die Zahl an. Eine Zahl, welche allein dasteht, ohne irgend welche Dinge zu benennen, ist eine unbenannte (abstrakte) Zahl; fügt man der Zahl dagegen irgend eine Benennung hinzu, so entsteht die benannte Zahl; z. B. 5 ist eine unbenannte Zahl, 5 Bäume dagegen ist eine benannte Zahl. Jedes Ding, welches durch eine benannte Zahl ausgedrückt ist oder doch als solche ausgedrückt werden kann, nennt man eine Größe.

Will man nun wissen, ob irgend eine Sache eine Größe ist, so hat man nur zu ermitteln, ob sie sich durch eine benannte Zahl ausdrücken läßt; dazu bedarf man jedoch einer anderen Größe, mit welcher man die zu untersuchende Sache messen kann, die man Einheit oder Maaß nennt und irgend einer unbenannten Zahl, welche die Anzahl der Einheiten angiebt, die in der zu ermittelnden Sache enthalten sind. Diese unbenannte Zahl, welche sich beim Messen als Resultat ergibt, nennt man das Maaß der Größe in Bezug auf die gewählte Einheit.

Geld ist z. B. nach Obigem eine Größe, denn es läßt sich durch eine benannte Zahl, z. B. 7 Mark, ausdrücken; in diesem Falle ist eine Mark die Einheit oder das Maaß und die unbenannte Zahl 7 das Maaß dieser Größe in Bezug auf die Einheit „eine Mark“.

Ändert sich die Einheit, so ändert sich natürlich auch das Maaß; so kann man z. B. die obige Größe auch durch die benannte Zahl 700 Pfennig ausdrücken. Hieraus folgt, daß jede Sache eine Größe ist, für welche es irgend eine Einheit giebt, mit welcher man dieselbe wirklich messen kann.

Die unbenannte Zahl ist keine Größe, da sie nach obiger Erklärung nur ein Mittel bietet, um Größen messen zu können.

Die Mathematik ist nun diejenige Wissenschaft, welche sich mit der Vergleichung der Größen als solcher beschäftigt. Sie zerfällt in zwei Haupttheile:

a. in die Zahlenlehre oder Arithmetik, welche sich nur mit den Zahlen beschäftigt und zugleich die Grundlage der ganzen Wissenschaft bildet, und

b. in die Größenlehre oder Geometrie, welche die Beziehungen der Größen unter sich untersucht. Je nachdem sich die Größenlehre nun mit Flächen oder Körpern beschäftigt, zerfällt sie in die Unterabtheilungen:

1. Flächenvermessung oder Planimetrie;
2. Körpervermessung oder Stereometrie.

a. Zahlenlehre oder Arithmetik.

§ 61.

Allgemeine Begriffe.

Rechnen ist die Kunst, aus gegebenen Zahlen unbekannte Zahlen zu finden; die gesuchten unbekanntes Zahlen nennt man das Ergebnis oder Resultat; man gelangt zum Resultate durch vier Hauptrechnungsarten — das Addiren, das Subtrahiren, das Multipliciren und Dividiren —, auch die vier Species genannt, welche hier als bekannt vorausgesetzt werden dürfen.

In der Einleitung haben wir gesehen, daß die Einheit eine Größe ist, mit welcher man benannte Zahlen mißt; denkt man sich diese Einheit in mehrere gleiche Theile getheilt oder gebrochen, so bildet jeder dieser Theile einen sogenannten Bruch, und die Zahl, welche denselben ausdrückt, ist eine gebrochene Zahl. Ist die Einheit z. B. in acht gleiche Theile getheilt, also in acht Theile oder kürzer in Achtel, so bilden $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8} \dots \frac{7}{8}, \frac{8}{8}$ Brüche, welche man in der angegebenen Weise schreibt. Diejenige Zahl, welche die Theile nennt, in welche die Einheit getheilt wurde, steht unter dem Strich und heißt Nenner, diejenige Zahl, welche die Theile der Einheit zählt, steht über dem Strich und heißt Zähler. Ist Nenner und Zähler gleich wie oben in dem Bruch $\frac{8}{8}$, so haben wir wieder die Einheit; ein jeder derartiger Bruch ist gleich 1. Zeigt ein Bruch im Zähler eine größere Zahl als im Nenner, so erhalten wir eine größere Zahl als 1 oder einen sogenannten unechten Bruch. Jeder unechte Bruch besteht demnach aus

