

Längenmaaße.

Die Einheit ist das Meter.

1 Meter (m)	=	10 Decimeter (dm),
1 Decimeter	=	10 Centimeter (cm),
1 Centimeter	=	10 Millimeter (mm),
1 Meter	=	100 Centimeter,
1 Kilometer (km)	=	1000 Meter (7,5 Kilometer = 1 deutsche Meile).

Flächenmaaße.

Die Einheit bildet das Quadratmeter, d. h. ein Quadrat, was 1 Meter lang und 1 Meter breit ist.

1 Ar (a)	=	100 Quadratmeter (qm); ein Quadrat, was 10 Meter lang und breit.
1 Hektar (ha)	=	10000 " = 100 Ar; ein Quadrat, was 100 Meter lang und breit.

Körper und Hohlmaaße.

Die Einheit ist das Kubikmeter oder ein Würfel, der 1 Meter lang, 1 Meter breit und 1 Meter hoch ist.

1 Kubikmeter (cbm) = 10 · 10 · 10 Kubikdecimeter (cdm) und gleich 100 · 100 · 100 = 1 Million Kubikcentimeter (ccm).

Die Einheit der Hohlmaaße in cylindrischer Form ist ein Kubikdecimeter, Liter genannt, gleich 1 Tausendstel eines Kubimeters.

100 Liter (l) = 1 Hektoliter (hl). Der alte preußische Scheffel = 54,96 Liter. Ein Neuscheffel = 50 Liter.

Gewichte.

Die Einheit des metrischen Gewichtes ist das Kilogramm = 2 Zoltpfund oder das Gewicht des in einem Würfel von $\frac{1}{10}$ m Seitenlänge enthaltenen destillirten Wassers bei + 4° C.

50 Kilogr. (kg) oder 100 Pfund = 1 Centner.

1000 " = 1 Tonne (t).

Der tausendste Theil eines Kilo = 1 Gramm (g).

$\frac{1}{10}$ Gramm = 1 Decigramm (dg).

$\frac{1}{100}$ " = 1 Centigramm (cg).

$\frac{1}{1000}$ " = 1 Milligramm (mg).

Holzmaaße.

Die Einheit für die Holzmaaße bildet der Würfel des Meters und heißt derselbe in fester Holzmasse Festmeter (fm), dagegen mit losen Holzstücken ausgefüllt, wie z. B. in den Schichtmaaßen, Raummeter (rm).

Um Raummeter in Festmeter zu verwandeln, wie dies zur Buchung und gleichmäßigen Schätzung in der Praxis nöthig wird, muß man die Anzahl der Raummeter je nach den Sortimenten reduciren, z. B. Derbholz-Raummeter mit $\frac{7}{10}$ multipliciren; will man dagegen Festmeter in Derbholz-Raummeter verwandeln, muß man ihre Anzahl mit $\frac{10}{7}$ multipliciren.

z. B. 87 Raummeter Derbholz sind = $87 \cdot \frac{7}{10} = \frac{609}{10} = 60,9$ Festmeter.

87 Festmeter = $87 \cdot \frac{10}{7} = \frac{870}{7} = 124\frac{2}{7} = 124,29$ Raummeter
Derbholz. Reiser I. Cl. und Stockholz reducirt man mit 0,4, Reiser II. Cl. mit 0,2.

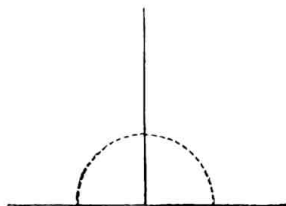
§ 68.

Vermessung von Flächen oder Planimetrie.

Bevor wir zur wirklichen Vermessung übergehen können, müssen wir uns mit einigen Größenverhältnissen von Flächen und den sie begrenzenden Linien und Winkeln bekannt machen.

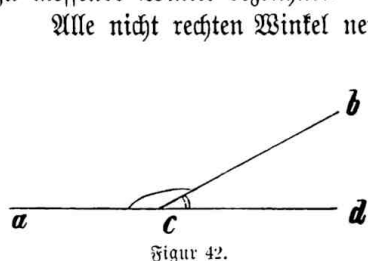
Unter einem Winkel versteht man die Neigung von zwei sich schneidenden Linien; die den Winkel bildenden Linien heißen seine Schenkel; der Schneidepunkt Scheitel. Zwei auf einer geraden Linie durch eine dritte schneidende Linie gebildete Winkel heißen Nebenwinkel; sind dieselben gleich, so heißen sie rechte Winkel, die schneidende Linie steht in diesem Falle senkrecht auf der durchschnittenen.

Zwei rechte Winkel mit gemeinschaftlichem Schenkel (siehe Figur 41) bilden einen gestreckten oder flachen Winkel, dessen beide Schenkel eine Gerade bilden. Die Größe der Winkel richtet sich nach der Größe der Neigung ihrer Schenkel und wird nach „Graden“ gemessen; der rechte Winkel hat 90 Grad (90^0); der Grad



Figur 41.

wird in 60 Minuten, die Minute in 60 Sekunden getheilt. — Einen Winkel von 33 Grad 27 Minuten 6 Sekunden schreibt man in der Meßkunst $33^{\circ} 27' 6''$ und werden nach dieser Eintheilung sämmtliche zu messende Winkel bezeichnet.



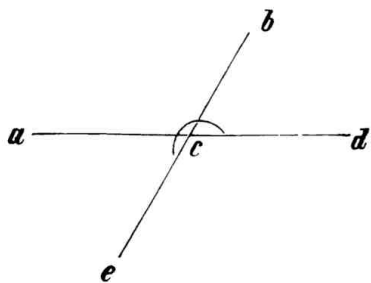
Figur 42.

Alle nicht rechten Winkel nennt man schiefe Winkel, welche wieder, wenn sie größer sind als ein rechter, stumpfe Winkel (siehe Figur 42 Winkel a c b), wenn sie kleiner als ein rechter sind (Figur 42 Winkel b c d), spitze Winkel genannt werden. Alle Winkel werden stets so bezeichnet, daß der Scheitel-

punkt (in der Figur 42 der Punkt c) in der Mitte genannt wird. Die Summe zweier Nebenwinkel ist immer gleich zwei Rechten oder gleich 180° ; ist die Größe eines Nebenwinkels bekannt, so findet man die Größe des anderen Winkels durch Subtraction des bekannten Winkels von 180° ;

z. B. Winkel b c d = $43^{\circ} 24' 7''$, so ist
Winkel b c a = $136^{\circ} 35' 53''$.

Der Winkel a c d (Figur 42) ist ein Beispiel des flachen Winkels = 180° . Denkt man sich die Linie



Figur 43.

h c (Figur 43) über den Punkt c hinaus bis zu e verlängert, so entstehen jenseits von a d zwei neue Winkel a c e und d c e, welche zusammen ebenfalls 180° oder zwei Rechte betragen; folglich sind die vier Winkel um c herum gleich 360° . Hätte man nun durch Drehung eines Winkelmeßinstruments in c den in

Figur 43 mit einem Haken versehenen überstumpfen Winkel d c e = $220^{\circ} 13' 11''$ gefunden, so würde sich die Größe des übrigbleibenden Winkels d c e durch Subtraction des überstumpfen Winkels d c e von 360° berechnen lassen;

also $360^{\circ} - 220^{\circ} 13' 11'' = 139^{\circ} 46' 49''$.

Das Verhältniß der Winkel b c a und b c d in Figur 42 drückt man dadurch aus, daß man sagt: sie ergänzen sich zu zwei Rechten,

das Verhältniß der vier Winkel um den Punkt *c* herum (Figur 43): sie ergänzen sich zu vier Rechten.

Die beiden Winkel *b c d* und *a c e* in Figur 43 heißen Scheitelwinkel, ebenso *b c a* und *d c e*.

Je zwei Scheitelwinkel sind sich immer gleich, $b c d = a c e$ oder $b c a = d c e$.

§ 69.

Die Dreiecke.

Durchschneiden sich drei gerade Linien (Gerade!) in drei Punkten, so entsteht das Dreieck (Fig. 44). Nach der Größe der Seiten unterscheidet man gleichschenklige Dreiecke, wenn zwei Seiten einander gleich sind, oder gleichseitige Dreiecke, wenn alle drei Seiten gleich sind; ihnen gegenüber stehen die ungleichseitigen Dreiecke.

Nach der Größe der Winkel unterscheidet man rechtwinklige Dreiecke, in welchen ein Winkel ein rechter, stumpfwinklige Dreiecke, in welchen ein Winkel ein stumpfer, spitzwinklige Dreiecke, in welchen alle Winkel spitz sind.

In dem rechtwinkligen Dreiecke heißt die dem rechten Winkel gegenüber liegende Seite Hypotenuse, die denselben einschließenden Seiten heißen Katheten.

Für die Messungen sind folgende wichtige Sätze über die Dreiecke zu beachten:

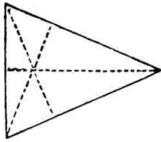
In dem Dreiecke sind sämmtliche Winkel zusammen gleich zwei Rechten; sind deshalb zwei Winkel bekannt, so ergibt sich der dritte durch Subtraction ihrer Summe von 180° .

Im gleichschenkligen Dreiecke sind die Winkel an der Grundlinie (die dritte ungleiche Seite) einander gleich. Im gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck ist jeder spitze Winkel $= 45^\circ$. Im gleichseitigen Dreiecke sind alle Winkel gleich; jeder ist gleich $\frac{2}{3}$ Rechte $= 60^\circ$.

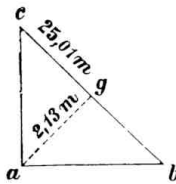
Im rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse größer als jede Kathete, da in jedem Dreiecke immer dem größeren Winkel eine größere Seite gegenüber liegt. Ein über der Hypotenuse errichtetes Quadrat ist gleich der Summe der beiden über den Katheten errichteten Quadrate. (Pythagoräischer Lehrsatz!)

Unter Höhe eines Dreiecks ist das von der Spitze auf die Grundlinie gefällte Loth zu verstehen; dasselbe fällt, wie die nebenstehenden



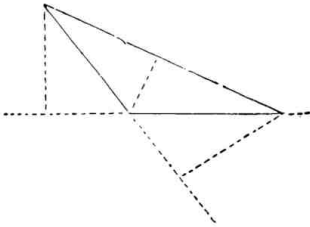


Figur 44.



Figur 45.

gefällte in das Dreieck; beim stumpfwinkligen Dreieck (Figur 46) bei



Figur 46.

Figuren zeigen, da man jede Seite als Grundlinie annehmen kann, beim spitzwinkligen Dreieck (Figur 44) in jedem Falle in das Dreieck, beim rechtwinkligen Dreiecke (Figur 45) fällt nur das auf die Hypotenuse (c b) den den stumpfen Winkel einschließenden Seiten außerhalb des Dreiecks, nur das Loth vom stumpfen Winkel aus fällt innerhalb.

Der Inhalt eines jeden Dreiecks ist gleich dem Produkt aus Grundlinie und Höhe dividirt durch 2, oder gleich der halben Grundlinie

mal der Höhe oder gleich der halben Höhe mal der Grundlinie, z. B. in Figur 45.

$$J = \frac{ag \cdot bc}{2} = \frac{2,13 \cdot 25,01}{2} = \frac{53,27}{2} \text{ qm} = 26,60 = \text{rot. } 27 \text{ qm.}$$

§ 70.

Die Vierecke.

Mehr als drei Grade schneiden sich in mehr als drei Punkten; je nach der Anzahl der sich schneidenden Linien erhält man Vierecke, Fünfecke, Achtecke u., wobei zu bemerken ist, daß die Zahl der Durchschnittpunkte oder Ecken genau der Zahl der Linien entspricht.

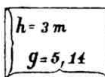
Am wichtigsten sind die Vierecke, welche nach der Beschaffenheit der Seiten und Winkel in folgende Arten zerfallen:

1) **Parallelogramme** — bei welchen je zwei gegenüberstehende Seiten parallel (||) sind:

Hiervon giebt es nachstehende vier Arten:



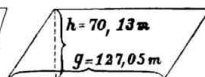
Figur 47.



Figur 48.



Figur 49.



Figur 50.

- a. Das Quadrat, bei welchem alle Seiten gleich und alle Winkel rechte sind. (Figur 47.)

$$\begin{aligned} \text{Inhalt} &= \text{Grundlinie mal Höhe oder Seite mal Seite.} \\ &= 3,04 \cdot 3,04 = 9,2416 \text{ qm} = \text{rot. } 9,242 \text{ qm.} \end{aligned}$$

- b. Das Rechteck, bei welchem nur zwei gegenüberstehende Seiten parallel und alle Winkel rechte sind. (Figur 48.)

$$\text{Inhalt} = \text{Grundlinie mal Höhe} = \text{dem Produkt zweier anstoßender Seiten.}$$

$$g \cdot h = 5,14 \cdot 3 = 15,42 \text{ qm.}$$

- c. Der Rhombus (Raute), bei welchem alle Seiten gleich und die Winkel schiefe sind. (Figur 49.)

$$\text{Inhalt} = \text{Grundlinie mal Höhe (Höhe} = \text{jeder beliebigen Senkrechten) zwischen zwei gegenüberliegenden Seiten.}$$

$$g \cdot h = 12 \cdot 10 = 120 \text{ qm.}$$

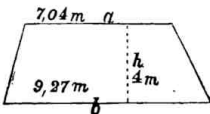
- d. Das Rhomboid, bei welchem nur je zwei gegenüberliegende Seiten gleich und die Winkel schiefe sind. (Figur 50.)

$$\text{Inhalt} = \text{Grundlinie mal Höhe.}$$

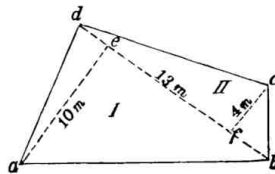
$$\begin{aligned} g \cdot h &= 127,05 \cdot 70,13 = 8910,0165 \text{ qm} = 8910,01 \text{ qm.} \\ &= 0,8910 \text{ ha.} \end{aligned}$$

Merke: Bei allen Parallelogrammen ist der Inhalt gleich dem Produkt aus Grundlinie mal Höhe.

- 2) Trapeze, bei welchen nur zwei Seiten parallel sind. (Fig. 51.)



Figur 51.



Figur 52.

Inhalt = dem Produkt aus der halben Summe der beiden parallelen Seiten und der Höhe.

$$= \frac{a + b}{2} \cdot h = \frac{7,04 + 9,27}{2} \cdot 4 = 32,62 \text{ qm.}$$

- 3) Trapezoide, bei welchen kein Paar Seiten parallel sind. (Figur 52.)

Um den Inhalt zu berechnen, verbindet man zwei (beliebige!) gegenüberliegende Ecken, z. B. b und d durch die „Diagonale“ b d und berechnet die so entstandenen beiden Dreiecke nach der bekannten Formel für sich und addirt die gefundenen Inhalte.

$$\text{z. B. } a b d = \triangle I \cdot J = \frac{a e}{2} \cdot d b = 5 \cdot 13 = 65 \text{ qm}$$

$$b c d = \triangle II \cdot J = \frac{c f}{2} \cdot d b = 2 \cdot 13 = 26 \text{ ,,}$$

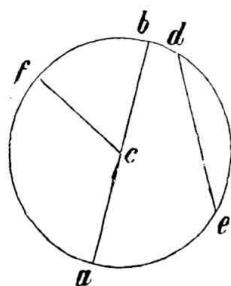
$$\text{Sa.} = 91 \text{ qm.}$$

Die Verbindungslinien von je zwei gegenüberliegenden Ecken in den Vier- und Vielecken heißen Diagonalen.

In jedem Vieleck beträgt die Summe sämtlicher Winkel, wenn man dieselbe mit n bezeichnet, $2n-4$ Rechte; die Anzahl sämtlicher Diagonalen $\frac{n(n-3)}{2}$, im Siebeneck also $\frac{7(7-3)}{2} = 14$.

Den Inhalt eines Vielecks findet man, indem man dasselbe in Dreiecke, Parallelogramme oder Trapeze zerlegt, nach obigen Formeln die Inhalte der einzelnen Stücke berechnet und dieselben schließlich zusammen addirt (vergl. oben sub 3 und § 75).

Denkt man sich eine auf beiden Seiten begrenzte Linie in derselben Ebene um einen ihrer Endpunkte gedreht, so entsteht eine krumme Linie (Kreislinie), welche vom Drehpunkt (Mittelpunkt oder Centrum) überall gleich weit entfernt ist. Die Fläche heißt Kreis, jede Verbindungslinie zwischen Centrum und Kreislinie, auch Peripherie genannt, Halbmesser oder Radius; bilden zwei Halbmesser eine gerade Linie, so heißt diese Durchmesser. Jede Linie, die zwei Punkte der Peripherie verbindet, ohne durch das Centrum zu gehen, heißt Sehne.



Figur 53.

In Figur 53 ist a b ein Durchmesser, f c ein Radius, d e eine Sehne. Alle Radien desselben Kreises, ebenso alle Durchmesser sind unter sich gleich; der Radius ist die Hälfte des Durchmessers; alle Kreise mit gleichen Radien sind einander gleich. Der Durchmesser theilt den Kreis in zwei Halbkreise. Das Verhältniß des Durchmessers zum Umfang ist bei allen Kreisen ein ganz bestimmtes, nämlich = 1 : 3,14159 oder abgekürzt = 3,14

oder etwas ungenauer $\frac{22}{7}$. Diese Verhältnißzahl wird Pi genannt und π geschrieben. Hat man also den Durchmesser eines Baumes = 57 cm gefunden, so ist der Umfang = $57 \cdot 3,14 = 178,98$ cm. In gleicher Weise findet man den Durchmesser aus dem gemessenen Umfang durch Division mit 3,14. Nennt man den Radius = r , so ist der Umfang des Kreises = $2 r \pi$ und sein Inhalt = $r^2 \pi$ ($r^2 = r \cdot r$), z. B. $r = 5$ cm, so ist $J = 25 \cdot 3,14 = 78,50$ □cm.

§ 71.

Vermessungen mit Instrumenten.

Flächen können nur wieder durch Flächen gemessen werden, deshalb nimmt man als Flächenmaaße die Quadrate der Längenmaaße; hat man eine Fläche z. B. mit einem Metermaß vermessen, so wird die Fläche als Inhalt Quadratmeter haben, hätte man sie mit Ellen oder Fußten gemessen, so würde das Resultat Quadratellen oder Quadratfüße bilden u. s. w.

Um irgend welche Vermessungen von Flächen ausführen zu können, muß man Meßinstrumente haben. Diese bestehen in Meßketten oder Meßbändern resp. Meßlatten, den Signalstangen und den Winkelinstrumenten.

a. Instrumente zur Linienmessung.

Die Meßkette besteht aus 0,5 m langen mit abwechselnd größeren und kleineren Messingringen verbundenen Gliedern; zwischen je 10 solcher Glieder ist ein anders geformter Ring eingefügt und an beiden Enden ein Ring angebracht, um den Kettenstab durchstecken zu können.

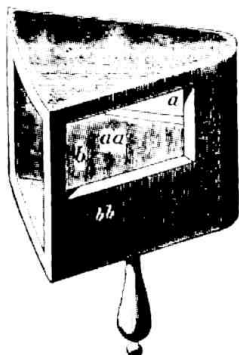
Die Ketten sind meist 10 oder 20 m lang.

Zum Gebrauch dieser Kette sind zunächst die etwa 1,5 m langen unten mit Eisenschuhen und einem Riegel versehenen Kettenstäbe, dann 10 etwa 1 Kettenglied lange unten spitze, oben mit einem Dehr versehene Stäbchen (Zähler, Sticken) nebst 2 größeren Ringen zum Transport derselben nöthig; ferner ein genau 5 halbe Meter langer mit Decimaltheilung versehener Stab — das Anschlagmaaß — zum Messen kleiner Linien, und endlich eine Anzahl 3—6 m langer roth und weiß angestrichener resp. mit roth und weißen Fähnchen versehener Stäbe — die Signalstangen —, Meßfahnen.

In Preußen sind gesetzlich die aus dünnem Stahlblech mit genauer Metereinteilung versehenen und an einer hölzernen Kreuzscheibe aufrollbaren Meßbänder vorgegeschrieben, die ebenso wie die Meßkette angewandt werden.

Die Meßplatten sind runde 5 m lange und entweder durch verschiedene Farben oder durch eingeschlagene Messingnägel (bei je 0,10 m 1 Nagel, 0,50 m 2 Nägel, 1 m 3 Nägel) eingetheilte Latten.

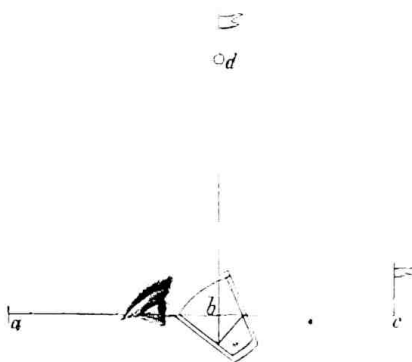
b. Instrumente zur Winkelmessung.



Figur 54.

Der Winkelspiegel wird zum Abstecken rechter Winkel gebraucht; seine Form ist aus nebenstehender Figur 54 ersichtlich. Das dreieckige, vorn offene Gehäuse hat in den Seitenwandungen oben bei a und b Visiröffnungen; unter demselben sind auf jeder Innenseite (durch aa und bb angedeutet) zwei kleine Spiegel angeschraubt, die genau unter einem halben rechten Winkel gegen einander geneigt sind.

Um einen rechten Winkel auf einer Linie zu suchen, z. B. zum Punkt d außerhalb der Linie ac (Figur 55), stelle man sich auf dieselbe mit dem Gesicht nach c zu und halte den Winkelspiegel senkrecht so an die Nase, daß das eine Auge durch die vordere Oeffnung und die Visiröffnung b die in c stehende Meßfahne sieht. Geht man nun auf der Linie vorwärts nach dem Punkt b zu, so wird die Meßfahne bei d bald in dem unter der Visiröffnung b liegenden Spiegel erscheinen; je nachdem man nun vorwärts oder rückwärts geht, wird die sich spiegelnde Fahne bei d bald der anvisirten Fahne bei c sich nähern, bald wieder sich entfernen; in dem Augenblick jedoch, wo sie genau übereinander stehen, so daß die Fahne bei c die Verlängerung der

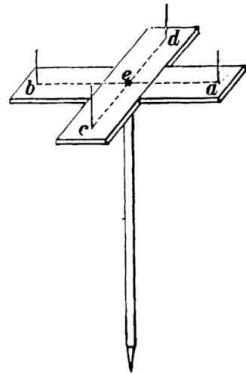


Figur 55.



Fahne bei d zu sein scheint, hat man den rechten Winkelpunkt gefunden und läßt genau zwischen die beiden Füße und lothrecht unter dem Spiegel eine Signalstange einstecken; die Linie bd steht dann in b senkrecht auf ac.

Wie wir später sehen werden, ist das Abstecken von rechten Winkeln von der größten Wichtigkeit für die praktische Messung; der vorbeschriebene Winkelspiegel ist das handlichste und beste derartige Instrument, allerdings giebt es auf sehr weite Entfernungen nicht ganz so scharfe Resultate wie das im Uebrigen nicht so handliche Winkeldreieck, was in seiner einfachsten Form — die sich jeder leicht selbst herstellen kann — aus zwei etwa 30 cm langen, genau rechtwinklig zusammengenagelten Linealen (Figur 56) besteht, auf welchen wieder in genau

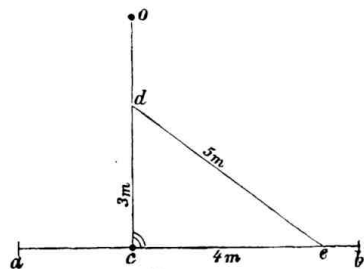


Figur 56.

gleichem Abstände von der Mitte des Kreuzes e und in genau rechten Winkeln zu einander Stifte a, b, c und d eingehoht sind; zur bequemeren Handhabung wird das Kreuz auf einen mit eiserner Spitze versehenen Stock aufgesteckt oder aufgeschraubt. Durch kreuzweises Einvisiren von a nach b resp. von c nach d richtet man rechte Winkel, dagegen durch Visiren, z. B. von c nach e und b auch halbe rechte Winkel ein.

Schließlich kann man auch auf die einfachste Weise durch Linienmessung sich rechte Winkel abstecken. Man habe drei ganz gerade dünne Stangen oder Latten von 3 m, 4 m und 5 m Länge, lege die 4 m lange Latte auf a b (Figur 57),

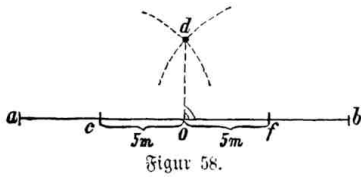
auf welcher der rechte Winkel nach o zu bestimmt werden soll, etwa nach ce; in c lege man nach dem Augenmaß im rechten Winkel die 3 m lange Latte nach dem Punkt o zu an, schließlich legt man die 5 m lange Latte so zwischen die Endpunkte d und e, daß die drei Latten ein festgeschlossenes



Figur 57.

Dreieck cde bilden, dann ist nach dem pythagoräischen Lehrsatz (§ 69) cd senkrecht auf ce (resp. ab), da ja $3^2 + 4^2 = 5^2$ und man hat cd

nur bis o zu verlängern; ebenso kann man auch das mehrfache von 3, 4 und 5 m nehmen, z. B. 9, 12, 15 m lange Stangen oder hanfene Schnuren, die Meßkette zc. Noch einfacher bei ganz kleinen Linien ist folgendes Verfahren:



Figur 58.

Auf der Linie ab soll in einem beliebigen Punkte, z. B. in o (Figur 58), eine Senkrechte errichtet werden; man messe von o nach a und b zu zwei gleiche Linien, z. B. je 5 m ab und bezeichne die gefundenen Punkte c und f mit Stäbchen;

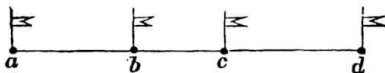
dann nehme man eine mehr als 5 m lange Schnur, befestige sie bei c und beschreibe einen Halbkreis, ebenso verfähre man bei f; der Schnittpunkt beider Halbkreise, z. B. bei d, steht im rechten Winkel zu o.

Um andere als rechte oder halbe rechte Winkel zu messen, giebt es noch verschiedene nach Graden eingetheilte complicirter konstruirte Winkelinstrumente, z. B. die Bouffole, den Theodoliten u. s. w., deren Beschreibung hier übergangen wird.

§ 72.

Abstecken von Linien im Felde.

Gesetzt, die im Freien abgesteckte Linie a b (Figur 59) soll über b hinaus verlängert werden, so nehme man eine dritte Fahne in die



Figur 59.

Hand, gehe nach der Verlängerung etwa in c und visire, die Fahne senkrecht vor sich haltend, nach c und a hin; man verändert nun

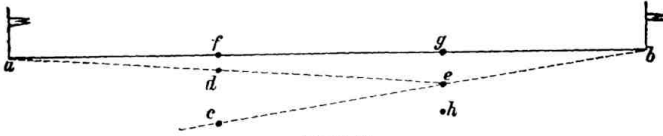
seinen Standpunkt so lange, bis alle drei Fahnen sich decken; ebenso hat man es mit d zu machen.

Sollte nun zwischen den festen Punkten a und c ein Punkt b einvisirt werden, so schiebt man, nachdem man sich in a oder c aufgestellt, einen Gehilfen in die Richtung des andern Punktes und visirt dessen Fahne nach dem anderen Endpunkte, immer mit der Hand nach rechts oder links winkend ein; decken sich die Fahnen, so macht man eine Handbewegung nach unten und die Fahne wird dort genau senkrecht eingesteckt; man vermeide hierbei möglichst alles Klaffen, da Winkeln verständlicher ist.

Merke: Alle Signalstangen sind stets genau senkrecht einzustecken.

Eine gerade Linie über einen Berg abzustecken.

Gegeben sind die Punkte a und b (Figur 60); wegen eines Berges kann man weder von a nach b noch umgekehrt sehen; einige Zwischenpunkte (f und g) sind mit a und b in eine gerade Linie zu bringen.



Figur 60.

Man geht in Begleitung eines Gehilfen und mit einem Signal in der Hand in die vermeintliche Richtung der auszusteckenden Linie, etwa nach c und h, so daß man von c aus nach b und der Gehilfe von h aus nach a sehen kann; nun richtet man den Gehilfen von c aus nach b ein, so daß er nach e zu stehen kommt; dann richtet der Gehilfe nach a ein, so daß man nach d zu stehen kommt und so wird weiter fortgefahren, bis man schließlich von beiden Endpunkten Deckung hat und nach f und g gekommen ist, d. h. g f a und f g b in gerader Linie liegen. Hier werden die Signale eingesteckt.

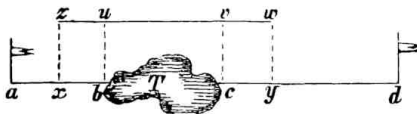
§ 73.

Messung von geraden Linien.

Wißt man mit Kette oder Meßband, so sind dieselben zunächst zu revidiren, ob die Glieder nicht verschlungen sind oder das Band nicht verdreht ist; hierauf steckt jeder Kettenzieher seinen Endring an den Kettenstab und der vordere nimmt den Ring mit den 10 Zählern und geht in die Richtung der mit Signalstangen bezeichneten Linie; der hintere Kettenzieher setzt nun den Stab fest im Anfangspunkt ein und visirt mit Handbewegungen den vorderen so lange, bis dessen Stab genau mit dem nächsten Signal eingerichtet steht; der Punkt wird in der Erde markirt, die Kette mit beiden Händen am Kettenstabe gerade gewuchtet und dann dieselbe so straff als möglich am Stabe an dem betr. Punkt eingesteckt; dann holt man einen Zähler, nimmt die Kette heraus und steckt denselben genau in das Loch, tritt einen Schritt seitwärts

und geht weiter; hat der hintere Kettenzieher den Zähler erreicht, so ruft er laut: „Halt“, setzt seinen Stab an die Stelle des Zählers und hängt letzteren an seinen Ring; soviel Zähler er am Ringe hat, soviel ganze Kettenlängen sind gemessen; der Rest wird an den Gliedern abgezählt. Beim Wechseln der Zähler, wenn alle 10 abgegeben sind, ist genau aufzupassen, auch zu beachten, ob nicht ein Zähler verloren ist; in letzterem Fall muß die Linie von Neuem gemessen werden.

Befinden sich kleine Hindernisse in der abzumessenden Linie, durch welche man nicht hindurchmessen kann, z. B. Gebäude, kleine Teiche, starke Bäume u. s. w., so verfährt man wie folgt: In



Figur 61.

nebenstehender Figur 61 liege in ad ein Teich T ; dann nehme man am Ufer etwa bei b sowie etwa 20 m vorher, etwa bei x mit dem Instrument nach der-

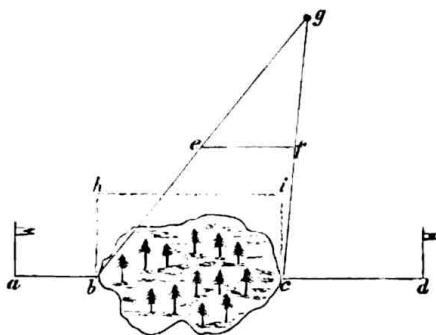
selben Seite rechte Winkel mit den genau gleich langen Schenkeln xz und bu , die so lang sein müssen, daß man bequem an dem Ufer vorbei visiren kann; hierauf errichtet man hinter dem Teiche etwa in c und y entweder wie vorher die mit xz und bu gleich langen Lothe cv und yw oder noch einfacher, man verlängert die Verbindungslinie zu durch Einvisiren über u hinaus soweit wie der Teich lang ist, z. B. bis v , und nehme dann einen rechten Winkel nach ad hinüber = vc als Controlllinie; dieselbe muß genau ebenso lang sein als bu , wenn man richtig eingerichtet hat. Nun mißt man uv resp. zw , welche Linien als Parallelen zwischen Parallelen selbstverständlich genau so lang sein müssen als bc resp. xy .

Aus Obigem ist leicht ersichtlich, daß man durch Messung der parallelen Linie fast jedes Hinderniß in der Messung umgehen kann, sowie, in welcher Weise man die Parallellinien konstruirt; man legt einfach an den geeigneten Punkten rechte Winkel mit genau gleich langen Schenkeln an und verbindet deren Endpunkte durch eine Linie.

Bei sehr großen Hindernissen wird das Verfahren jedoch ungenau, weil das Abstecken der rechten Winkel mit sehr langen Schenkeln zu ungenau wird.

Für den Fall, daß auch die Parallellinie nicht zu übersehen ist (uv in Figur 61), verfährt man wie folgt:

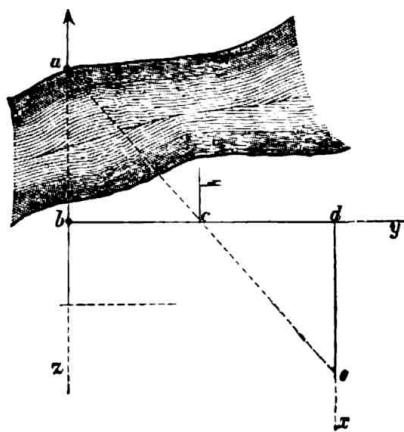
In der Linie ad liegt ein unzugänglicher mit hohen Bäumen dicht bestandener Sumpf, dessen Länge bc (Figur 62) in ad direkt nicht zu messen ist. Aus irgend einem Grunde, z. B. weil kein Winkelinstrument vorhanden, kann die bequemere Parallellinie hi nicht gewählt werden; dann suche einen



Figur 62.

Punkt seitwärts, von dem du aus nach b und nach c hin sehen kannst, etwa g , miß gb und gc , theile die gefundenen Maßzahlen durch dieselbe beliebige Zahl, z. B. 5, und miß die gefundenen Zahlen von g aus auf gb und gc ab, etwa ge und gf , und miß dann die Linie ef ; sie wird ebenfalls gleich sein $\frac{1}{5}$ von bc , mithin die gesuchte Linie $bc = 5$ mal ef sein; z. B. $gb = 100$ m $gc = 80$ m; dividirt durch 5 giebt $\frac{100}{5} = 20$ und $\frac{80}{5} = 16$, mithin $ge = 20$ m und $gf = 16$ m; ef gemessen = 15 m, mithin $bc = 5 \cdot 15$ oder 75 m.

Für den Fall, daß von der direkt nicht meßbaren Linie ab (Figur 63) nur der Punkt b zugänglich ist, weil zwischen a und b ein Hinderniß, z. B. ein unüberschreitbarer Fluß liegt, so lege zu der Visirlinie ab den rechten Winkel in b und trage auf einem beliebigen Punkt des Lothes by , z. B. von c aus, die genau gleich langen Linien bc und cd ab und lasse in c eine Meßfahne aufstellen; dann nimm zu bd in d wiederum einen rechten Winkel und suche auf dx einen Punkt, etwa e , von dem du über c hinweg a sehen kannst, dann ist de genau



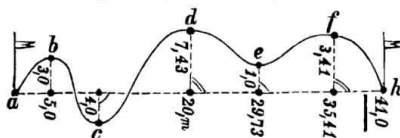
Figur 63.

so lang als a b; sollte von b aus wegen Terrainhindernissen ein Loth auf a b nicht möglich sein, so kann natürlich auch jeder beliebige Punkt in der Verlängerung von a b nach z zu, soweit bis das Loth genommen werden kann, gewählt werden.

§ 74.

Messung von krummen Linien.

Jede krumme Linie verwandelt man dadurch, daß man an den Hauptkrümmungspunkten Pfähle einschlägt, z. B. a, b, c, d, e (Fig. 64), in eine gebrochene Linie, indem man annimmt, daß die zwischen den Eckpunkten a, b, c u. s. w. liegenden Linien a b, b c u. s. w. gerade sind; man hat dann nur von Punkt zu Punkt zu messen, um die Größe der Linie zu finden;



Figur 64.

eine derartig gemessene Linie kann man jedoch nicht in Karten eintragen, z. B. Grenzlinien, dazu verfährt man wie folgt:

Man visirt zunächst zwischen den Endpunkten a und h die gerade Linie aus und vermisst dieselbe; sobald man zu den seitwärts liegenden und vorher bezeichneten Brechungspunkten b, c, d u. s. w. in rechte Winkel kommt, was mit dem Winkelspiegel resp. Winkelkreuz, bei unwichtigeren Messungen allenfalls auch nach dem Augenmaaß festzustellen ist, so bezeichnet man den Fußpunkt des Lothes mit seiner Maaßzahl in a h, z. B. bei dem Loth b mit 5 m, und mißt mit dem kleinen Ab schlägsmaaß das Loth nach b und trägt dessen Maaß ein; wie aus der Zeichnung ersichtlich, entweder unter das Loth oder auch an dessen Endpunkt; kommen in kleinen Zeichnungen zu viel Zahlen dicht neben einander, so daß Platz fehlt, so macht man einen längeren Haken seitwärts und schreibt an dessen Endpunkt die betreffende Zahl. Ebenso verfährt man bei allen anderen Punkten; der Punkt, von wo aus man in a h abgelothet hat, ist stets mit einem Signal genau zu markiren, damit man ihn schnell und sicher wiederfindet, wenn man weiter messen will. Um nun zu bezeichnen, welche Winkel mit dem Instrument, welche nach dem Augenmaaß genommen wurden, macht man bei ersteren am Fußpunkte zwei, bei letzteren nur ein Häkchen (vergl. die Figur). Ist die Linie fertig gemessen, so unterstreicht man die letzte Maaßzahl.

Zur Kartirung hat man dann nur die gerade Linie auf Papier

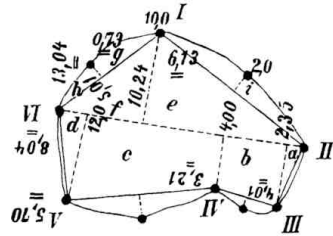
zu bringen, die Maaße auf dieser, der sog. „Constructionslinie“, mit Cirkel und Maaßstab abzugreifen und mittelst rechtwinkliger Dreiecke resp. des Transporteurs von den Fußpunkten aus die Lothe einzutragen und deren Maaße auf denselben wie vor abzugreifen. Die Verbindungslinie der Lothendpunkte ist die krumme Linie.

§ 75.

Vermessung eines Grundstücks.

Soll irgend eine Vermessung vorgenommen werden, so muß man sich zunächst die vorhandenen Karten verschaffen und die auf diesen festgelegten Grenzen in der Natur abstecken, indem man das Grundstück umgeht, die krummen Grenzen möglichst zu Geraden ausgleicht und an den angenommenen Eckpunkten nach der Reihenfolge numerirte Pfähle einschlägt. Hierauf entwirft man sich eine möglichst getreue Handzeichnung. Nun sucht man sich durch das Grundstück eine möglichst bequeme Constructionslinie, z. B.

von Pfahl II bis Pfahl VI (in Fig. 65) auszufuchten, die so gewählt wird, daß man von ihr nach allen Grenzpfählen am bequemsten messen und sehen kann. Ist dies geschehen, so fängt man z. B. von II an zu messen und bezeichnet mit Hilfe des Winkelspiegels oder Winkelfreuzes den Punkt auf Linie II bis VI,



Figur 65.

der zu Pfahl III im rechten Winkel liegt; nachdem man die Maaßzahl des Punktes notirt, mißt man nach Pfahl III hinüber, während dessen auf der Hauptlinie an dem Punkte, von dem man abmißt, ein Signal sehr genau eingesteckt wird. In gleicher Weise macht man es mit den übrigen Pfählen IV, I und V. Alle diese Constructionslinien werden nur gestrichelt; auf die eben angegebene Weise hat man sich das Grundstück in 4 Dreiecke und 2 Trapeze zerlegt, deren Inhalte man nach den bekannten Formeln unter Zugrundelegung der gefundenen Maaßzahlen für Grundlinie und Höhe, wie aus unten stehender Berechnung ersichtlich, berechnet und zusammen addirt, um den ganzen Inhalt zu finden. Ist das Grundstück von krummen Linien begrenzt (siehe Figur 65), so steckt man an den stärkeren Krümmungspunkten eben-

falls Pfähle ein, mißt das größte in dasselbe beschriebene Vieleck und legt in derselben Weise, wie dies bereits mit den Eckpunkten von der Hauptconstructionslinie aus geschah, die Hauptkrümmungspunkte von den Verbindungslinien aus unter rechten Winkeln fest (schneidet oder bindet sie ein!).

Beispiel zu Figur 65.

Berechnung des Flächeninhalts			Figur	Product qm
$a = 2,35 \cdot 4,01$	$b = 4,01$	$c = 3,12$		
235	3,12	5,70	a	9
940	7,13 · 1,65 (4,0—2,35)	8,82 · 8 (12—4)	b	12
9,4235 = rot. 9	3565	70,56 = rot. 71	c	71
	4278		d	6
	713		e	63
	11,7645 = rot. 12		f	29
$d = 5,70 \cdot 1,04$	$e = 10,24 \cdot 6,13$	$f = 10,24 \cdot 2,80 (13,04—10,24)$	g	4
2280	3072	8192	h	2
570	1024	2048	i	20
5,9280 = rot. 6	6144	28,6720 = rot. 29		
	62,7712 = rot. 63			
$g = 5,01 \cdot 0,73$	$h = 0,73 \cdot 3,03 (8,04—5,01)$	$i = 10,0 \cdot 2,0$		
1503	219	20		
3507	219			
3,6573 = rot. 4	2,2119 = rot. 2.			
Summa				216

NB. Der ganze Bogen i ist nur als ein Dreieck berechnet und die übrigen Bogen zwischen III/IV, IV/V und V/VI bleiben wegen ihrer Gerichtigkeit außer Berechnung.

dividirt durch 2 = 108
J = 108 qm = 0,0108 ha.

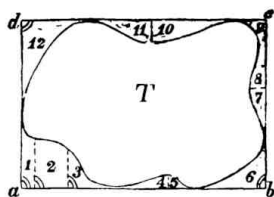
Die auf diese Weise erhaltenen neuen Figuren berechnet man als Dreiecke für sich, indem man die nur wenig gekrümmten Linien als Gerade annimmt; ganz schwache Krümmungen, z. B. von II nach III oder V nach VI, betrachtet man als Gerade und läßt sie, falls nicht größere Genauigkeit erforderlich, außer Acht, da sie bei ihrer Ausmessung doch nur äußerst kleine Dreiecke geben würden! — schließlich addirt man alle Inhalte zum Inhalt des Vielecks.

Um eine Karte von dem so gemessenen Grundstücke anfertigen zu können, trägt man die Constructionslinien II—VI auf ein Kartenblatt



und greift nach dem gewünschten oder vorgeschriebenen verjüngten Maßstabe, z. B. 1:5000 oder 1:2500, den man sich bei jedem Mechaniker kaufen und von dem man sich zugleich über seine Anwendung belehren lassen kann, die Linien auf Grund der Handzeichnung nach den Maßen genau so ab, wie man sie draußen gemessen hat. Die Verbindungslinien der Grenzpunkte geben schließlich das Bild des Grundstücks auf der Karte.

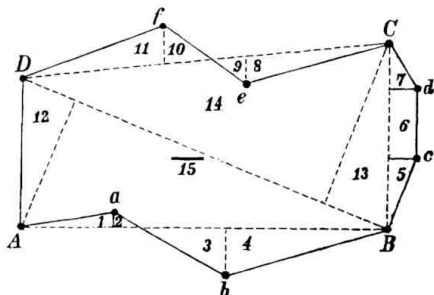
Den Flächeninhalt des Teiches T zu bestimmen, der in seinem Inneren direkt nicht meßbar ist (Figur 66).



Figur 66.

Man vizirt die das Ufer berührende Linie a b aus und errichtet in a und b Senkrechte, welche die Ufer ebenfalls berühren, in d errichtet man wiederum nach b c zu eine das Ufer berührende Senkrechte d c; den Inhalt des so um den Teich konstruirten kleinsten Rechtecks berechne aus dem Produkt von a b . a d; dann errichte von sämtlichen Umfangslinien auf alle Krümmungspunkte Senkrechte, wodurch die Dreiecke und Trapeze 1 bis 12 entstehen. Nachdem auf bekannte Weise ihre einzelnen Inhalte berechnet und addirt sind, zieht man den Gesamtinhalt von dem vorher berechneten Inhalt des Umfassungsrechtecks ab und erhält in der Differenz den gesuchten Flächeninhalt des Teiches T.

Hat man größere Flächen zu vermessen, bei denen die Senkrechten von der durch dieselbe zu legenden Constructionslinie aus vielfach zu lang werden würden oder wenn die Grenzlinien sehr viele Krümmungspunkte haben, so legt man noch Hilfsconstructionslinien an, z. B.: die große Brandfläche A a b B c d C e f D (Figur 67) ist genau mit Kette und Winkelspiegel zu messen. Construirt man die der Grenzlinie möglichst nahe liegende Viereck A B C D durch Signale, miß die Constructionslinie B D mit den Senkrechten nach C und A (um das Viereck auftragen zu können); dann miß A B, B C und C D mit sämt-



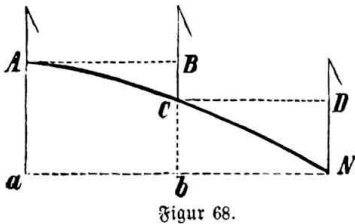
Figur 67.

lichen Senkrechten nach den vorher bezeichneten Krümmungspunkten und berechne die entstandenen Figuren.

Zunächst berechne das Viereck $A B C D$ aus $12 + 13 + 14 + 15$; hierzu sind zu addiren $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 10 + 11$ und zu subtrahiren $1 + 2 + 8 + 9$, um den gesuchten Flächeninhalt zu finden.

Aus obigen beiden Beispielen ist zu ersehen, wie man in schwierigeren Fällen sich leicht durch Construction praktischer Hilfslinien helfen kann.

Zum Schluß sei noch hervorgehoben, daß man auf geneigtem Boden nicht die geneigte Linie, sondern die bezüglichliche Horizontale zu messen hat, indem man das Meßband zc. stets wagerecht hält und



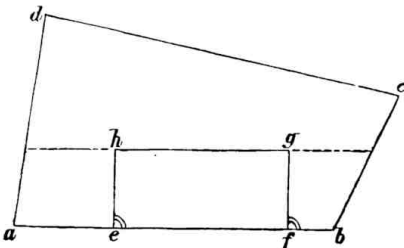
Figur 68.

vom Endpunkte durch ein Loth den Punkt auf der Erde bestimmt, von dem man aus wieder die Waagrechte anlegen kann u. s. w., wie dies aus nebenstehender Figur 68 ersichtlich ist. Man nennt diese Art Messung „Staffelmessung“.

§ 76.

Das Theilen der Figuren. (Feldertheilungslehre.)

Bei Abgrenzung von Kulturflächen, von Schlägen, Austausch von Grundstücken, bei Verpachtungen kommt der Forstmann öfter in die



Figur 69.

Lage, von größeren Flächen kleinere Flächen von einem bestimmten Inhalt abgrenzen zu müssen. Wie hierbei zu verfahren, wird am besten aus den folgenden Beispielen klar werden.

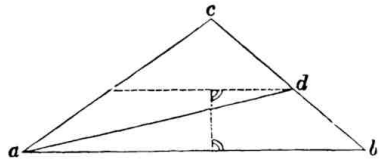
In Figur 69 soll von $a b c d$ an Seite $a b$ und zwar an den Punkten e und f ein

Rechteck von $105,8$ qm Größe abgetheilt werden.

Meß $ef = 23$ m, dividire $105,8$ durch 23 , um die Höhe $4,6$ m zu erhalten, errichte die Senkrechten eh und fg von je $4,6$ m Länge und ziehe hg , so ist $efgh = 105,8$ qm, denn Höhe = $4,6$ m mal Grundlinie = 23 m = $105,8$ qm.

In Figur 70 soll von a b c ein Dreieck von 58,8 qm abgetrennt werden.

Miß zunächst a b = 29,4 m, multiplicire die gefuchte Fläche 58,8 qm mit 2 und dividire das Produkt 117,6 mit 29,4 = 4 m, welches die Höhe des gefuchten Dreiecks sein muß, da



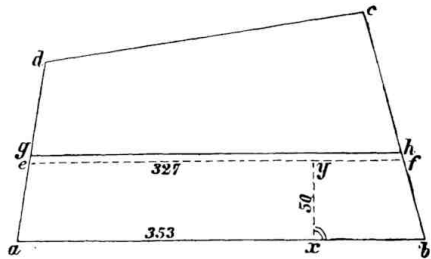
Figur 70.

$$J = g \cdot \frac{h}{2} = 58,8 \text{ oder } 29,4 \cdot \frac{h}{2} = \frac{2 \cdot 58,8}{29,4} = 4.$$

In einem beliebigen Punkte von a b errichte nun eine 4 m lange Senkrechte und nimm von ihrem Endpunkte wieder eine Senkrechte nach einer Dreiecksseite — etwa nach d, verbinde a d, so ist a d b das gefuchte Dreieck von 58,8 qm Größe, da $\frac{\text{Grundlinie mal Höhe}}{2} = 58,8 \text{ qm}$.

In Figur 71 soll von a b c d an a b eine Kulturfläche in Form eines Trapezes von 17616 qm abgegrenzt werden.

Diese Aufgabe läßt sich genau nur mit Hilfe der höheren Mathematik lösen, in der Praxis verfähre man nach folgender Näherungsmethode:



Figur 71.

Miß a b = 353 m und dividire mit 350 in 17616 =

50 m; bei zusammenlaufenden Trapezseiten wie hier nimmt man die Meßzahl etwas knapper — hier also etwa nur 350 als Divisor — bei auseinanderlaufenden etwas reichlich (356). Diese 50 m trägt man als Senkrechte auf a b = x y ab und nimmt auf x y von y aus die Senkrechten auf a d und b c zu, welche Linie = e f = 327 m Länge man mißt; nun ist a b e f = $\frac{353 + 327}{2} \cdot 50 = 17000 \text{ qm}$, also

um 616 qm zu klein; nun ist 327 in 616 = etwa 2 m, um welche x y zu verlängern ist, um das ziemlich genau 17616 qm große Trapez a b h g zu erhalten. Hat man beim ersten Versuch eine zu große Fläche erhalten, so ist das Loth und die Fläche in gleicher Weise zu verringern.

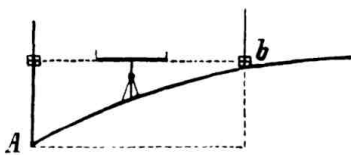
§ 77.

Nivelliren oder Abwägen des Bodengefälles.

Bei der Ziehung von Gräben, beim Bau von dauernden Wegen in den Revieren *z.* kommt der Forstmann öfter in die Lage, das Gefäll des Bodens ermitteln zu müssen. Zunächst muß man die abzumägende Linie durch fortlaufende nummerirte Pfähle in gleichlange Stationen eintheilen. Neben die Stationspfähle schlägt man über dem Boden kleine Pfähle ein, die alle gleich hoch über dem Boden hervorragen und untersucht dann durch Horizontalvisiren, um wieviel von je 2 Pfählen der eine höher im Terrain steht als der andere; aus der Schlußberechnung aller Stationshöhenunterschiede findet man den Höhenunterschied des Anfangs- und Endpunktes der zu nivellirenden Linie. Bei kürzeren Linien sind natürlich keine Stationen nöthig.

Da die genaue Beschreibung des Verfahrens zu viel Raum erfordern würde, so sei nur soviel erwähnt, daß zwischen je zwei Stationspunkten ein Nivellirinstrument zum Horizontalvisiren (Kanalwage, Sezwage, Libellenfernrohr *z.*) in genau wagerechter Richtung, auf den Pfählen der Stationen eine mit Meter- und Centimetereinteilung versehene sogenannte Nivellirlatte genau senkrecht aufgestellt wird und man nun die Latten anvisirt und den anvisirten Punkt auf der Latte durch einen beweglichen Schieber, dessen Auf- und Abwärtschieben man dem Gehilfen durch Handzeichen angiebt, festlegt. Bei Fernrohrinstrumenten kann man mittelst des Fadekreuzes in denselben sofort den Punkt auf der Latte selbst ablesen.

Hat man *z.* B. die Höhe des Visirpunktes der Latte in A = 2,75 m gefunden (siehe Figur 72), so läßt man in derselben Weise

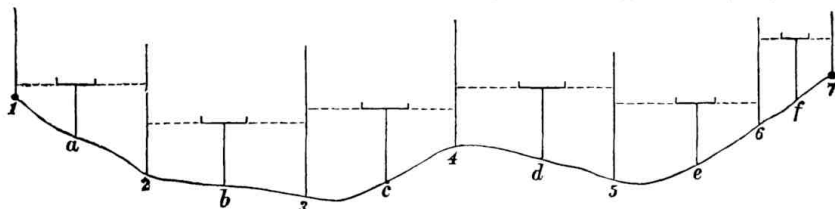


Figur 72.

die Latte in b aufstellen, visirt und findet die Höhe des Punktes in b = 0,24 m; der Höhenunterschied der Punkte A und b würde = 2,75 — 0,24 = 2,51 m oder das Gefäll von b nach A = 2,51 m betragen.

Da man immer in der Mitte der ersten Station anfängt und stets rückwärts und vorwärts visiren muß, so nennt man die Lattenhöhen, die nach dem Anfangspunkt der Messung liegen, die hinteren, die entgegengesetzten die vorderen Lattenhöhen, das Schlußresultat, d. h. den Höhenunterschied vom Anfangs- und Endpunkt er-

hält man, indem man alle vorderen, ebenso alle hinteren Lattenhöhen zusammen addirt und die Summe der vorderen von der Summe der hinteren Lattenhöhen abzieht. Das Steigen bezeichnet man mit + (Plus), das Fallen mit — (Minus) vor der Zahl. Die nähere Ausführung eines Nivellements wird aus folgendem Beispiel ersichtlich:



Figur 73.

Es ist in Figur 73 der Höhenunterschied zwischen Punkt 1 und 7 festzustellen; die Linie 1—7 wird zunächst in der Entfernung von je 30 m in die Stationen 2, 3, 4 u. s. w. getheilt, die mit nummerirten Pfählen und dicht daneben mit bis an den Boden eingeschlagenen Pflocken zum Aufstellen der Nivellirlatte besetzt werden. Dann stelle das Instrument in a, die Nivellirlatte genau senkrecht in 1 auf und visire nach 1; hierauf geht der Gehilfe mit der Latte nach 2 und man visirt vorwärts nach 2; hierauf gehe mit dem Instrument nach b und visire erst rückwärts nach 2 und — nachdem der Gehilfe vorwärts nach 3 gegangen ist — auch nach 3 und so fort — bis das Instrument auf allen übrigen Zwischenpunkten c d e und f nach rückwärts und vorwärts visirt hat; nur zuletzt visirt man vorwärts. Die Maaße trage in folgende Tabelle ein:

Stationspunkt	Rückwärts visirt cm	Vorwärts visirt cm	Bemerkungen	
a	4,12	30,20		Vorwärts = 132,94 cm
b	10,50	14,10		Rückwärts = 90,71 "
c	25,13*	18,14	*Teichufer	also Steigung: 42,23 cm
d	22,10	26,10		NB. Sollte das Rückwärtsvisiren eine größere Summe ergeben als das Vorwärtsvisiren, so findet natürlich Senkung statt.
e	28,86	24,30*	*Grabensohle	
f	—	20,10		
Summa	90,71	132,94		

Die Länge der Stationen richtet sich nach dem Instrument; je weiter man visiren kann, desto länger nimmt man die Stationen.

Um das Gefäll in Procenten angeben zu können, hat man einfach folgende Proportion anzusehen: gesetzt, daß die Stationslängen 75 m betragen, z. B. die Stationslänge = 75 m, Gefäll = 1,27 m:

auf 75 m Länge = 1,27 m Gefäll

$$\begin{aligned} \text{„ } 100 \text{ „ „} &= x \\ 75 : 100 &= 1,27 : x \end{aligned}$$

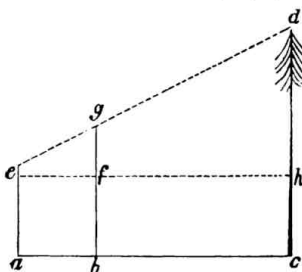
$$x = \frac{1,27 \cdot 100}{75} = 1,69 \text{ ‰}$$

Das Kartiren eines Nivellements geschieht in der Weise, daß man auf dem Kartenblatte eine horizontale Linie anlegt, auf dieser die Stationen nach dem Maasstabe aufträgt und das Steigen und Fallen auf den Stationspunkten errichteten Senkrechten abgreift und die abgegriffenen Punkte schließlich verbindet. Die Horizontale ist zu orientiren.

§ 78.

Höhenmessen.

Das Messen von Höhen kommt in der Praxis zur Ermittlung des Massengehaltes stehender Bäume und ganzer Bestände häufig vor. Das gebräuchlichste Instrument dazu ist der Faustmann'sche Spiegelhypsymeter*), welcher aus einem Brettchen mit einer Visirvorrichtung und einem kleinen Pendel besteht; hat man die Spitze des Baumes anvisirt, so kann man mit Hilfe eines kleinen Spiegels die Höhe des Baumes direkt ablesen; sie wird durch den Faden des Pendels an der



Figur 74.

Skala des Brettchens, deren Theilstriche mit entsprechenden Zahlen versehen sind, markirt. Einfacher kann man die Höhe eines Baumes nur mit Hilfe eines Stabes messen, wie aus Figur 74 ersichtlich: Man mißt den Stab $ae = 1,5$ m, den Stab $bg = 2$ m, steckt gb soweit vom Baum cd in die Erde, als man ihn ohngefähr hoch schätzt und so, daß man d sehen kann; dann schiebt man einen Gehilfen mit ae soweit zurück, bis er über g hinaus d anvisiren kann, hier wird ae in den Boden

*) Zu beziehen für 6 Mark von Frau Oberförster Faustmann, Wabenhäusen im Großherzogthum Hessen. Praktischer, aber theurer (12 Mark) ist der Weise'sche Hypsymeter (Mechaniker Buddendorf, Berlin, Schützenstr. 57).

gesteckt; dann visirt man noch senkrecht auf $g b$ und $c d$ und läßt die Punkte f und h mit Kreide bezeichnen.

Schließlich sind zu messen z. B. $a b = 1 \text{ m}$, $a c = 26 \text{ m}$, $g f = 0,5 \text{ m}$, $c h = 1,5 \text{ m}$; dann verhalten sich zunächst im Dreieck $e h d = e f : f g = e h : h d$, oder da $e f = a b$ und $e h = a c$ ist, wie

$a b : f g = a c : h d$ oder die gemessenen Zahlen eingesetzt:

$$1 \text{ m} : 0,5 \text{ m} = 26 \text{ m} : h d$$

$$\frac{0,5 \cdot 26}{1} = h d$$

13 = „ hierzu ist noch $h c = 1,5 \text{ m}$ zu addiren, mithin $d c = 14,5 \text{ m}$.*)

Hat man die Durchschnittshöhe eines Bestandes zu ermitteln, so mißt man die Höhen mehrerer Normalbäume und nimmt daraus das Mittel, bei ungleichaltrigen Beständen bildet man Höhenklassen und schätzt oder mißt die einzelnen Stämme in diese ein. Hat man an Berghängen Baumhöhen zu messen, so muß man sich in horizontaler Entfernung aufstellen, nicht ober- oder unterhalb des zu messenden Baumes.

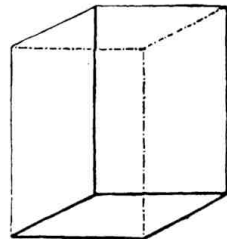
§ 79.

Messung von Körpern oder Stereometrie.

Unter Körper versteht man jeden nach allen Seiten hin von ebenen oder krummen Flächen oder von beiden zusammen begrenzten Raum.

Ein Körper, der von zwei parallelen Grundflächen und so viel Parallelogrammen, als die Grundflächen Seiten haben, eingeschlossen ist, heißt Prisma oder Säule (Figur 75).

Je nachdem die Grundflächen Drei-, Vier-, Fünf- u. Ecke sind, ist das Prisma ein drei-, vier-, fünf- u. seitiges. Die Höhe des Prismas ist die Senkrechte zwischen beiden Grundflächen. Der Inhalt ist gleich dem Produkt aus Grundfläche und Höhe. Je nachdem die Seitenflächen senkrecht oder schief auf den Grundflächen stehen, unterscheidet man gerade



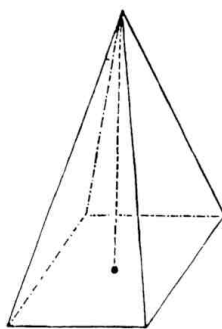
Figur 75.

*) Ein weit einfacheres Verfahren ist folgendes: „Man nimmt einen Stod von eigener Körperlänge, legt sich soweit vom Stamm ab auf die Erde, als man den Stamm hoch schätzt und steckt den Stod zwischen seine Füße; nun rutscht man, die Baumspitze immer über die Stodspitze anvisirend, so lange hin und her, bis Auge, Stodspitze und Baumspitze genau in einer geraden Linie liegen. Dann ist die Entfernung vom Baum bis zum Auge gleich der Höhe des Baumes.“

und schiefe Prismen; ist die Grundfläche ein Parallelogramm, so heißt das Prisma Parallelepipedon; sind die Grund- und Seitenflächen Quadrate, so heißt das Prisma Würfel.



Figur 76.

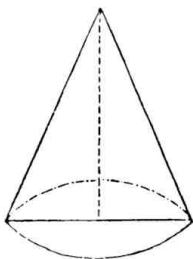


Figur 77.

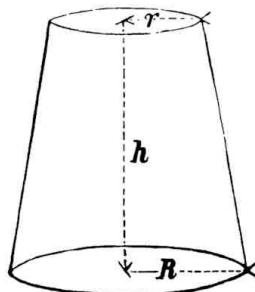
Ein gerades Prisma, dessen Grundflächen Kreise sind, nennt man Cylinder oder Walze. Die Verbindungslinie der Mittelpunkte der Grundflächenkreise heißt Axe und ist gleich der Höhe und Länge des Cylinders. Der Inhalt ist ebenfalls gleich Grundfläche mal Höhe (Figur 76).

Ein Körper, dessen Grundfläche ein Drei-, Vier-, Fünf- u. c. Eck ist und der von ebenso vielen Dreiecken eingeschlossen wird, als die Grundfläche Seiten hat, heißt Pyramide (Figur 77). Eine Senkrechte aus der Spitze auf die Grundfläche bildet die Höhe. Man unterscheidet nach der Seitenzahl der Grundfläche 3-, 4-, 5- u. c. seitige Pyramiden.

Besteht die Grundfläche der Pyramide aus einem Kreis, so heißt der Körper ein Kegel (Figur 78). Der Inhalt von



Figur 78.



Figur 79.

Pyramide und Kegel ist gleich dem Produkt aus Grundfläche und Höhe dividirt durch 3.

Legt man in einem Kegel durch einen Punkt der Höhe einen Schnitt parallel zur Grundfläche, so entsteht der abgestumpfte Kegel (Figur 79), dessen Inhalt (J), wenn man den Radius des oberen Kreises mit r, den des unteren mit R und die Höhe mit h bezeichnet, gleich ist:

$$J = (R^2 + Rr + r^2) \frac{\pi \cdot h}{3};$$

sind z. B. durch Messung mit der Kluppe für den Durchmesser eines so gestalteten Baumabschnittes gefunden: unterer Durchmesser = 80 cm, oberer Durchmesser = 40 cm, Länge des Abschnittes = 100 cm (h), so würde sich aus obiger Formel ergeben (R und r = $\frac{1}{2}$ der Durchmesser).

$$\begin{aligned} (40^2 + 40 \cdot 20 + 20^2) \cdot \frac{3,14 \cdot 100}{3} &= 2800 \cdot 104,66 \\ &= 2800 \cdot 105 \text{ (abgefürzt)} \\ &= 294000 \text{ Kubikcentimeter} = 0,294 \text{ cbm.} \end{aligned}$$

Diese Methode ist auch anzuwenden, wenn man ohne Tafeln den Inhalt eines Baumstammes ermitteln will. Einfacher ist jedoch, wenn man nur den halben mittleren Durchmesser mit sich selbst multiplicirt und die gefundene Quadratzahl mit 3,14 und dieses Produkt mit der Länge des Stammes multiplicirt.

§ 80.

Berechnung von prismatischen Körpern.

Die Einheit des Körpers, mit welchem alle Körper gemessen*) werden, ist der Würfel oder Cubus, d. h. ein vierseitiges gerades Prisma, dessen sämtliche Flächen Quadrate sind. In Deutschland ist als Einheitsmaß der Kubikmeter vorgeschrieben, also ein Würfel, dessen Länge, Breite und Höhe = 1 Meter ist; Körper, die kleiner als 1 Kubikmeter sind, werden in Decimalbruchtheilen desselben ausgedrückt.

*) Linien wurden mit Linien, Flächen mit Flächen gemessen, Körper können ebenfalls nur mit Körpern gemessen werden. Zum Ausmessen der Flächen nehmen wir das Quadrat (Quadratmeter), zum Ausmessen der Körper wählen wir den Würfel (vergl. § 79) des Kubikmeter.

Ein Holzschichtmaaß ist z. B. solch ein vierseitiges Prisma, dessen Inhalt durch Multiplikation der Maaßzahlen von Länge, Breite und Höhe gefunden wird.

Ist ein Schichtmaaß z. B. 4,00 m lang, 1,75 m breit und 2,63 m hoch, so beträgt der Inhalt

$$4,00 \cdot 1,75 \cdot 2,63 = 18,410 \text{ Kubikmeter.}$$

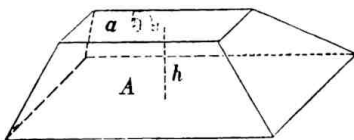
Um die Höhe eines Schichtmaaßes oder irgend eine andere Dimension zu finden, wenn der Inhalt und zwei andere Dimensionen gegeben sind, hat man einfach mit dem Produkt der bekannten Dimensionen in den Inhalt hineinzubidiviren: Wäre z. B. gefragt, wie hoch wird ein Schichtmaaß von 18,41 Kubikmeter Inhalt, 4 Meter Länge und 1,75 Meter Breite aufgesetzt, so würde man dies finden, wenn man mit $4,00 \cdot 1,75$ rot. 7,00 in 18,41 hineindividierte; man erhält wie oben 2,63 Meter, mithin müßte das Schichtmaaß 2,63 Meter hoch gesetzt werden. Für die Praxis merke folgende aus Obigem leicht ersichtliche Regel: „Man erhält die gesuchte dritte Dimension am schnellsten, wenn man mit dem Produkt der beiden bekannten Dimensionen in 10,000 dividirt.“ z. B. die Kiefernknüppel sollen im Fagen 88 c 83 cm lang und in Schichtmaaßen von 1—4 m ausgehalten und 1,3 m hoch gesetzt werden; wie breit sind sie zu setzen?

$1,3 \cdot 0,83 \mid 10,000 \mid = 92,7 = \text{rot. } 93 \text{ cm}$, mithin ist das Schichtmaaß von 1 m = 93 cm breit, von 2 m = 186 cm breit u. s. w. aufzusetzen. Probe: $1,3 \cdot 0,83 \cdot 0,93 = 1,0035$ rm rot. 1,00 rm.

Werden Schichtmaaße an Verglehen aufgesetzt, so muß die Entfernung der Stützen stets horizontal gemessen werden, worauf streng zu halten ist.

In ähnlicher Weise werden die Inhalte von Gräben als prismatische Körper berechnet, ebenso Sand- und Steinhäufen zc.

Die sog. Pontons, deren Form aus Figur 80 ersichtlich und die häufig z. B. als Torfmiethen, Stein- oder Kieshäufen an Chaussees u. s. w. zur Berechnung kommen können, berechnet man aus dem Produkt der halben Summe der beiden Grundflächen mit der Höhe,



Figur 80.

also $J = \frac{A + a}{2} \cdot h$; sind a und A

z. B. Rechtecke, so berechnet man deren Flächeninhalt aus dem Produkt zweier anstoßender Seiten u. s. w. Diese Höhe mißt man am bequemsten außerhalb, indem man z. B. einen Stock auf den Rieshaufen parallel zur Erde legt und dessen Entfernung vom Boden ermittelt.

Den Inhalt kleinerer unregelmäßiger Körper findet man am leichtesten, indem man dieselben in ein würfelförmiges und mit Wasser oder feinem trockenem Sand gefülltes Gefäß thut; den Stand der Füllmasse mit dem Körper darin merkt man mit einem Strich an; dann nimmt man den Körper vorsichtig heraus und gießt mit einem Gefäß von bekanntem Inhalt wieder soviel Füllmasse zu, bis der Strich erreicht ist. Dies Verfahren wird bei sehr genauen Verholzgehaltsermittlungen von Schichtmaassen angewandt. Man hat hierzu auch eigene mit Grad-eintheilung versehene Gefäße, die sog. Holzmesser oder Xylometer konstruirt.

§ 81.

Berechnung von kegelförmigen Körpern (Bäumen) und von Beständen.

Ganze Baumstämme haben bei abgeschnittener Spitze, in welchem Zustand dieselben in unseren Schlägen ausgehalten zu werden pflegen, die Form eines abgestutzten Kegels, nur daß sie in ihrer wirklichen Form etwas von der normalen Kegelform durch Aus- und Einbuchtungen abzuweichen pflegen. Derartig geformte abgestuzte Regel werden in der Praxis aus dem Produkt der Mittelfläche und ihrer Höhe berechnet (vergl. § 79), indem man annimmt, daß das Zuviel unter der Mittelfläche und das Zuwenig über der Mittelfläche sich zum Cylinder ausgleichen, mithin, daß man es mit einem Cylinder zu thun hat, dessen Grundfläche gleich der Mittelfläche ist. Dies Verfahren ist das gewöhnliche und genügt vollständig für die Praxis.

Ist es jedoch nöthig, z. B. bei Taxationen, einen Probestamm genau zu berechnen, so theilt man denselben in gleich lange (1 bis 2 Meter) Stücke, berechnet jeden Abschnitt aus Mittelfläche und Länge und addirt die Inhalte der einzelnen Theile. Zweige, Wurzeln und Aeste werden, wie gleich hier bemerkt sein mag, entweder in Procenten geschätzt oder sie werden aufgearbeitet, gemessen, berechnet und schließlich nach ihrem Festgehalte zum Inhalt des Stammes addirt. Bei größter Genauigkeit wendet man den Xylometer an.

Zur schnellen Berechnung des Inhalts von stehenden Bäumen im Kopfe diene folgendes von mir an zahlreichen Versuchen erprobte, sehr einfache und doch ziemlich genaue Verfahren:

Man mißt resp. schätzt den Durchmesser des zu tagirenden Baumes in Brusthöhe, z. B. 47 cm, streicht die letzte Zahl, hier also 7 ab und erhebt die bleibende Zahl (4) in das Quadrat = 16; von der Quadratzahl streicht man von rechts nach links wiederum eine Decimale ab und erhält somit 1,6. Dies ist der Festgehalt des Baumes = 1,6 fm. Bei allen Zehnern, z. B. 50, 60, 70 etc. cm Durchmesser, erhält man den Festgehalt genau in den Quadratzahlen 2,5, 3,6, 4,9 fm. Je weiter sich das Maß des Durchmessers in den Einern von den Zehnern entfernt, um so ungenauer wird das Resultat, d. h. um so größer wird die Quadratzahl und muß man sich dann durch Interpolation helfen; im obigen Beispiel liegt der Durchmesser 47 cm näher bei 50 als bei 40, mithin näher beim Quadrat von $5,0 = 25$ als beim Quadrat von $4,0 = 16$; man wird also dementsprechend den Festgehalt nicht auf 1,6 fm annehmen, sondern auf etwa 2,3 fm; in gleicher Weise würde man beim Durchmesser von 43 cm den Festgehalt auf etwa 1,8 fm, von 45 cm auf 2,1 fm, von 49 cm auf 2,4 fm etc. annehmen. Bei den in der Mehrzahl im Walde vorkommenden Stärkekassen haubaren Holzes von 30—70 cm Durchmesser stimmt die Berechnung ziemlich genau, bei schwächeren Durchmessern haben die Stämme verhältnißmäßig einen geringeren, bei stärkeren Durchmessern verhältnißmäßig höheren Festgehalt, außerdem bedingen die Faktoren der Höhe und der Formzahl eine Aenderung des Festgehaltes; die obige Berechnung gilt nur für mittlere Verhältnisse.

Will man den Inhalt stehender Stämme genau ermitteln, so mißt man deren Grundfläche in Brusthöhe, klappt sie, (hat man viele Stämme zu messen, so mißt man sich von unten 1,3 Meter am Körper ab und läßt sich an dieser Stelle, die meist in mittlere Brusthöhe fallen wird, einen Kreidestrich machen, um so einen Anhalt zu haben, daß man sämtliche Bäume in derselben Höhe gemessen hat) und ermittelt ihre Höhe auf bekannte Weise. Würde man nun einfach die Grundfläche mit der Höhe multipliciren, so würde man einen großen Fehler machen, da man dann den Inhalt eines Cylinders über der Grundfläche finden würde; der Baum fällt aber ab und hat mehr oder minder die Gestalt eines Kegels. Um nun das Verhältniß des wirklichen kegelförmigen Bauminhalts zum Inhalt des Cylinders über derselben Grundfläche zu ermitteln, muß man denselben als Probestamm fällen, ihn genau messen und berechnen und mit dem Inhalt des berechneten Cylinders vergleichen.

Hätte man z. B. den Kubikinhalte des wirklichen Stammes = 0,98, den der Walze über derselben Grundfläche = 1,36 gefunden, so würde sich der Stamm zur Walze verhalten wie 0,98 : 1,36. Um nun die Zahl zu finden, mit welcher man den Baumcylinder (1,36) multipliciren müßte, um den wirklichen Stamminhalt zu finden, hat man 0,98 durch 1,36 zu dividiren und mit diesem Quotienten = 0,72 hätte man 1,36 zu multipliciren, um den wirklichen Stamminhalt = 0,979, abgefürzt = 0,98 zu finden, wie es ja unsere Rechnung bestätigt. Diese Zahl, die also weiter nichts ist, als der Quotient aus Stamm dividirt durch seine Stammwalze oder welche in Zahlen das Verhältniß der wirklichen Stammform zu einer Baumwalze von gleicher Grundfläche und Höhe ausdrückt, heißt **Formzahl**.

Es verhält sich der Inhalt des Cylinders zum Inhalt des Kegels wie 3 : 1, also würde ein Kegel $\frac{1}{3}$ = 0,33 eines Cylinders von gleicher Höhe und Grundfläche sein, d. h. die Formzahl des Kegels ist = 0,33. Da nun Bäume selten so stark abfallen, daß sie richtige Kegel darstellen, ebenso wenig aber so vollholzig sind, daß sie einem Cylinder gleichen, so wird sich die Formzahl sämtlicher Bäume zwischen 0,33 (Kegel) und 1,00 (Cylinder) bewegen; die Formzahl wird um so größer, d. h. der Stamm um so vollholziger sein, je mehr sie sich 1,00 nähert. Ein Stamm mit der Formzahl 0,78 ist demnach bedeutend vollholziger oder hat eine bessere (höhere Formzahl) als ein Stamm mit der Formzahl 0,41. Unsere Waldbäume schwanken gewöhnlich in ihrer Formzahl zwischen 0,40—0,60.

Bei Stämmen, welche mit dem oben gefällten Probestamm gleich geformt sind, wird ein gleiches Verhältniß zum Cylinder (von gleicher Höhe und Grundfläche) bestehen und kann man ihren wirklichen Inhalt finden, wenn man ihren berechneten Walzeninhalt (Grundfläche mal Höhe) mit der ermittelten gemeinschaftlichen Formzahl multiplicirt.

Hat man nun die Holzmasse eines ganzen Bestandes aufzunehmen, so theilt man denselben in Höhen- oder Stärkeklassen und ermittelt durch Fällen eines Probestammes die Formzahl jeder Klasse; nachdem man nun den Inhalt jedes einzelnen Stammes nach Grundfläche und Höhe berechnet und die Inhalte sämtlicher Stämme addirt hat, hat man den Gesamtinhalt jeder Klasse noch mit der gemeinschaftlichen Formzahl zu multipliciren (resp. zu reduciren).

Zur Erleichterung dieser Berechnungen hat man Tabellen an-

gefertigt, in denen die Inhalte nach Höhe, Durchmesser (oder Grundfläche) und Formzahl sich gleich ausgerechnet finden. Solche Tabellen heißen Massen- oder Ertragstabeln.*)

Ebenso hat man den Inhalt liegender Stämme nach Mittelfläche (oder Durchmesser) und Länge für alle möglichen Dimensionen ausgerechnet und in Tafeln zusammengestellt, so daß ihr Inhalt gleich abgelesen werden kann. Der Gebrauch solcher Tafeln ist nach den vorgedruckten Anweisungen leicht zu erlernen.

Da es nun meist zu umständlich sein wird, alle Stämme eines Bestandes zu messen, sucht man sich gewöhnlich Probeflächen aus (Probeflächenverfahren), die ein möglichst genaues Bild des ganzen Bestandes geben, mißt ihre Fläche aus, ermittelt genau den Massengehalt und findet dann die Masse des ganzen Bestandes, die mit x bezeichnet werden mag, einfach aus folgender Proportion:

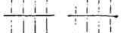
$$\begin{aligned} \text{Probefläche: Gesamtfläche} &= \text{Probeflächenmasse} : x \\ x &= \frac{\text{Gesamtfläche} \cdot \text{Probeflächenmasse}}{\text{Probefläche}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Beispiel: Probefläche} &= 5 \text{ Ar, Gesamtfläche} = 15 \text{ Hectar} \\ \text{Probeflächenmasse} &= 30 \text{ Festmeter} \\ 5 : 1500 &= 30 : x \\ x &= \frac{1500 \cdot 30}{5} = 9000 \text{ Festmeter.} \end{aligned}$$

Bei ungleichwüchsigen Beständen muß man mehrere Probeflächen nehmen, aus welchen man das Mittel zieht, um eine möglichst richtige Probeflächenmasse zu ermitteln. Kann man nicht messen, so genügt es auch, sämtliche Stämme des Bestandes zu zählen, z. B. 5174 und hiermit die Masse des Probestammes z. B. 1,38 fm zu multipliciren (Probestammverfahren); dann ist die Bestandsmasse = 5174 · 1,38 = 7140 fm. Dies Verfahren ist aber ungenau, da man sich beim Auszählen großer Bestände leicht irren kann und Alles von der Richtigkeit des Probestammes abhängt; deshalb erhöht man die Genauigkeit, wenn man aus den am meisten vertretenen Höhen- und Stärkeklassen je einen oder mehrere Probestämme ermittelt und aus ihnen einen mittleren

*) Die bekanntesten Massentafeln sind die von Behm. Berlin, Verlag von Julius Springer; in 2 Ausgaben: für liegendes Holz (nach Höhe und Durchmesser) und für stehendes Holz (nach Höhe, Durchmesser in Brusthöhe und Formzahl).

Probestamm berechnet. Der Probestamm muß jedesmal nach Höhe, Durchmesser und Formzahl den Durchschnitt aller Stammklassen darstellen.

Zur Messung des Durchmessers bedient man sich eines Schiebetaafes, der bekannten Kluppe; zur guten Kluppe gehört, daß beide Schenkel senkrecht zum Maafstab stehen und daß der bewegliche Schenkel sich ohne Schlottern und Klemmen bequem verschieben läßt. Es verdienen solche Kluppen den Vorzug, welche gegen die Nachtheile des Schwindens und Quellens des Holzes durch Spiralfedern geschützt sind. Beim Gebrauch des weniger praktischen Meßbandes ist sehr darauf zu achten, daß es genau senkrecht zur Achse des Baumes umgelegt wird und die Theilung sich auf der Innenseite des Bandes befindet (für genaue Untersuchungen). Für die Notirung legt man sich ein Manual an, in welches die Stämme nach Holzarten, Stärke- und Höheklassen schematisch geordnet, so eingetragen werden, daß man sie zu 5 gruppirt. Am übersichtlichsten ist es, 4 Striche nebeneinander und einen Strich quer durch dieselben zu machen z. B. 

Beim Messen des Durchmessers mit der Kluppe ist zu beachten, daß man das Gabelmaaß nicht zu locker und nicht zu fest andrückt, daß man den liegenden Stamm genau in der Mitte mißt und daß man, da nur selten ein Stamm genau rund ist, denselben am schwächsten und stärksten Durchmesser, also zweimal mißt; befinden sich in der Mitte Unebenheiten am Stamm, so mißt man in gleichen Abständen den Stamm ober- und unterhalb; aus mehreren Messungen ist dann stets das Mittel zu nehmen; überschießende Bruchtheile von Centimetern werden gewöhnlich außer Acht gelassen, wodurch man nach neueren Untersuchungen allerdings einen zu kleinen Massengehalt erhält. (cfr. Dankelmanns Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen 1887 S. 247 und 1888 S. 64).